

3 Afrondingsregels

In het vorige hoofdstuk heb je bij het berekenen met de rekenmachine de antwoorden meestal in twee decimalen nauwkeurig opgeschreven. Het is echter niet juist om dit in zijn algemeenheid te doen. Op welke manier dit dient te gebeuren is afhankelijk van de situatie.

Voorbeeld 3.1

Een leerling doet een experiment om de soortelijke massa ρ van een stof te bepalen. Hij bepaalt de massa van de stof met een bovenweger, waarbij hij afleest $m = 3,759$ g. De afmetingen van het voorwerp worden bepaald met een schuifmaat en het berekende volume is: $V = 1,230 \text{ cm}^3$. Met behulp van de formule $\rho = \frac{m}{V}$ wordt de soortelijke massa met behulp van de rekenmachine berekend. Dit toont **3.056097560976** in het afleesscherf. Nu komt het probleem, wat moeten we opschrijven? De soortelijke massa is: $3,1 \text{ g/cm}^3$, $3,06 \text{ g/cm}^3$, $3,056 \text{ g/cm}^3$, $3,0561 \text{ g/cm}^3$ of zelfs $3,0560956\dots \text{ g/cm}^3$.

We leren in dit hoofdstuk een aantal regels, waarmee we kunnen bepalen, welke het juiste antwoord is. Centraal in dit hoofdstuk staan de begrippen: *aantal decimalen* (afgekort: dec) en *aantal significante cijfers* (afgekort: sc). Significant is een ander woord voor: *betekenisvol*. In hoofdstuk 2 heb je al gezien dat een nul op het einde van een getal een betekenis heeft. Het geeft namelijk de meetnauwkeurigheid aan.

Voorbeeld 3.2

1. $\overbrace{0,0073510}^{\text{sc}}$ het getal bezit 7 decimalen en 5 significante cijfers.
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\text{dec}}$
2. $\overbrace{864,92300}^{\text{sc}}$ het getal bezit 5 decimalen en 8 significante cijfers.
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\text{dec}}$



Bij de bepaling van het aantal significante cijfers tellen eventuele nullen aan het begin van het getal niet mee. De nullen aan het eind tellen juist wel mee.

Opdracht 3.1 Bepaal het aantal decimalen en het aantal significante cijfers van de volgende getallen:

- a. 23,456
- b. 123,700
- c. 0,0510
- d. 5780

Als we een getal noteren in wetenschappelijke notatie, dan vervallen eventuele voorafgaande nullen, hierdoor wordt het aantal significante cijfers beter zichtbaar.

Voorbeeld 3.3

$0,032910 = \overbrace{3,2910}^{\text{sc}} \cdot 10^{-2}$ het is duidelijk dat het getal 5 significante cijfers bevat. Let erop dat je de nullen op het einde van het getal niet weglaat!

In voorbeeld 3.3 lijkt het erop of het aantal decimalen van 6 teruggebracht is tot 4. Dit is echter niet waar! Het **echte aantal decimalen** is 6 gebleven. We bekijken hoe je gemakkelijk het aantal echte decimalen kunt bepalen van een getal dat in de wetenschappelijke notatie is geschreven.



Voor een getal dat geschreven is als:

geheel, $\underbrace{\text{decimalen}}_{\text{dec in w.n.}} \cdot 10^{\text{exponent}}$, geldt dat: aantal decimalen = dec in w.n. – exponent waarde

Voorbeeld 3.4

1. $3,2910 \cdot 10^{-2}$ bevat: $4 - (-2) = 4 + 2 = 6$ decimalen. Controle: $3,2910 \cdot 10^{-2} = 0,032910$
2. $9,28173 \cdot 10^2$ bevat: $5 - 2 = 3$ decimalen. Controle: $9,28173 \cdot 10^2 = 928,173$
3. $2,307 \cdot 10^3$ bevat: $3 - 3 = 0$ decimalen. Controle: $2,307 \cdot 10^3 = 2307$

Een gevolg van de bovenstaande regel is dat we ook over *negatieve decimalen* gaan praten.

Voorbeeld 3.5

1. $7,2 \cdot 10^2$ bevat: $1 - 2 = -1$ decimalen. We bedoelen hiermee: we hebben het getal *afgerond op tientallen*.
2. $4,6 \cdot 10^3$ bevat: $1 - 3 = -2$ decimalen. We bedoelen hiermee: we hebben het getal *afgerond op honderdtallen*.

Toelichting:

Let op: $7,2 \cdot 10^2 \neq 720$. Voor het *is niet gelijk aan* teken (“ $\neq$ ”) staat een getal met 2 significante cijfers en achter dit teken staat een getal met 3 significante cijfers. Wel geldt: $720 = 7,20 \cdot 10^2$.

Opdracht 3.2 Bepaal het aantal decimalen en het aantal significante cijfers van de volgende getallen:

- a. $4,24 \cdot 10^{-3}$
- b. $3,986 \cdot 10^1$
- c. $8,615 \cdot 10^7$
- d. $2,941 \cdot 10^3$

In hoofdstuk 2 heb je regels gezien hoe je op de gebruikelijke manier afrondt. (zie bladzijde: **Fout! Bladwijzer niet gedefinieerd.**). Als je meetresultaten verwerkt, dan gebruik je meestal de volgende regels, omdat deze een betere statistische verdeling geven.

-  Bij het afronden van **meetresultaten** op n decimalen nauwkeurig, zorg je ervoor dat de einduitkomst n decimalen bezit. De $n+1$ decimaal bepaalt de afronding. Als dit cijfer:
- kleiner is dan 5, dan rond je omlaag af.
 - groter is dan 5, dan rond je omhoog af.
 - **precies** gelijk is aan 5, dan rond je naar het *dichtstbijzijnde even getal* af.

Voorbeeld 3.6

1. 4,273 wordt op 1 decimaal nauwkeurig afgerond op: 4,3
2. 8,936 wordt op 1 decimaal nauwkeurig afgerond op: 8,9
3. 2,549 wordt op 1 decimaal nauwkeurig afgerond op: 2,5
4. 9,651 wordt op 1 decimaal nauwkeurig afgerond op: 9,7 (is niet precies gelijk aan 5!)
5. 6,250 wordt op 1 decimaal nauwkeurig afgerond op: 6,2 (2 is dichtstbijzijnd even getal)
6. 7,350 wordt op 1 decimaal nauwkeurig afgerond op: 7,4 (4 is dichtstbijzijnd even getal)

Opdracht 3.3 Rond de volgende getallen (meetresultaten) af op 0 decimalen:

0,5 1,5 2,5 3,5 4,5 5,5 6,5 7,5 8,5 9,5

Voor het afronden van getallen in wetenschappelijke notatie, dien je:

- of het getal terug te schrijven naar “gewone” notatie, waarna je afrondt en het vervolgens weer terugschrijft naar wetenschappelijke notatie
- of je maakt gebruik van de hierbeneden staande regel die je gemakkelijk kunt afleiden met behulp van de op de vorige bladzijde beschreven regel:

-  Voor een getal dat geschreven is als:
 $\text{geheel, } \underbrace{\text{decimalen}}_{\text{dec in w.n.}} \cdot 10^{\text{exponent}}$, geldt dat: dec in w.n. = aantal decimalen + exponent waarde

Voorbeeld 3.7

1. Rond $9,176 \cdot 10^{-3}$ af op 5 decimalen nauwkeurig. Het aantal decimalen in de wetenschappelijke notatie moet dus worden: $5 + (-3) = 5 - 3 = 2$. Het afgeronde getal is: $9,18 \cdot 10^{-3}$. Controle: $9,176 \cdot 10^{-3} = 0,009176 \rightarrow 0,00918 = 9,18 \cdot 10^{-3}$.
2. Rond $7,23432 \cdot 10^2$ af op 1 decimaal nauwkeurig. Het aantal decimalen in de wetenschappelijke notatie moet dus worden: $1 + 2 = 3$. Het afgeronde getal is: $7,234 \cdot 10^2$. Controle: $7,23432 \cdot 10^2 = 723,432 \rightarrow 723,4 = 7,234 \cdot 10^2$

Opdracht 3.4 Rond de volgende getallen af:

- a. 45,678 (op 1 decimaal nauwkeurig)
- b. $4,8987 \cdot 10^{-2}$ (op 3 decimalen nauwkeurig)
- c. $5,3281 \cdot 10^1$ (op 2 decimalen nauwkeurig)

Voorbeeld 3.8

- 4,273 wordt op 3 significante cijfers nauwkeurig afgerond op: 4,27
 8,936 wordt op 1 significante cijfer nauwkeurig afgerond op: 9
 2,497 wordt op 3 significante cijfers nauwkeurig afgerond op: 2,50
 $6,250 \cdot 10^7$ wordt op 2 significante cijfers nauwkeurig afgerond op: $6,2 \cdot 10^7$
 $7,350 \cdot 10^{-5}$ wordt op 2 significante cijfers nauwkeurig afgerond op: $7,4 \cdot 10^{-5}$

Opdracht 3.5 Rond de volgende getallen af:

- a. 45,678 (op 4 significante cijfers nauwkeurig)
 b. $4,8987 \cdot 10^{-2}$ (op 3 significante cijfers nauwkeurig)
 c. $5,3281 \cdot 10^1$ (op 1 significante cijfer nauwkeurig)
 d. $8,645 \cdot 10^3$ (op 3 significante cijfers nauwkeurig)



Bij de bewerkingen + en – rond je af op *het kleinste aantal decimalen* van de gemeten waarden.

Voorbeeld 3.9

In de volgende berekening hebben we onder elk getal het aantal decimalen tussen haakjes geschreven:

$$3,2784 + 4,931 - 2,81 = 5,3994 \rightarrow 5,40$$

$$(4) \quad (3) \quad (2) = (2)$$

Het kleinst aantal decimalen is 2. Daarom wordt het eindantwoord ook op twee decimalen nauwkeurig afgerond.

Voorbeeld 3.10

In de volgende berekening komt zowel “gewone” als ook wetenschappelijke notatie voor. We voeren de berekening op twee manieren uit:

$$1. \quad 2,37 + 1,28 \cdot 10^1 = 2,37 + 12,8 = 15,17 \rightarrow 15,2$$

$$(2) \quad (1) = (1)$$

2. als je beide getallen schrijft *met dezelfde macht* van 10, dan mag je ook naar de decimalen in de notatie met machten van 10 kijken:

$$2,37 + 1,28 \cdot 10^1 = 0,237 \cdot 10^1 + 1,28 \cdot 10^1 = 1,517 \cdot 10^1 \rightarrow 1,52 \cdot 10^1$$

$$(3) \quad (2) = (2)$$

Voorbeeld 3.11

Bestudeer dit voorbeeld goed en kies voor jezelf een methode, waarmee je in de toekomst dit soort opdrachten oplost. We berekenen op 3 verschillende manieren: $1,27 \cdot 10^3 + 3,28 \cdot 10^1 =$

$$1. \quad 127 \cdot 10^1 + 3,28 \cdot 10^1 = 130,28 \cdot 10^1 \rightarrow 130 \cdot 10^1 = 1,30 \cdot 10^3$$

$$(0) \quad (2) = (0)$$

$$2. \quad 1,27 \cdot 10^3 + 0,0328 \cdot 10^3 = 1,3028 \cdot 10^3 \rightarrow 1,30 \cdot 10^3$$

$$(2) \quad (4) = (2)$$

$$3. \quad 1,27 \cdot 10^3 + 3,28 \cdot 10^1 = 1,3028 \cdot 10^3 \rightarrow 1,30 \cdot 10^3$$

$$(-1) \quad (1) = (-1)$$

In het laatste voorbeeld is met *de echte decimalen* van de getallen gerekend.

Opdracht 3.6 Bereken en rond op de juiste wijze af:

- $8,043 - 16,03 + 8,40444 =$
- $28,22000 + 0,00172004 =$
- $1,0200 \cdot 10^4 + 1,43 \cdot 10^1 + 2,8444 \cdot 10^1 - 1,023 \cdot 10^2 =$
- $2222 + 94,3 - 180,73 =$
- $11,3 \cdot 10^3 + 16,44 =$
- $1,36 \cdot 10^{-2} + 4,92 \cdot 10^{-3} - 2,12 \cdot 10^{-4} =$

 Bij de bewerkingen $\times$ en $:$ rond je af op *het kleinst aantal significante cijfers* van de gemeten waarden.

Voorbeeld 3.12

In de volgende berekening hebben we onder elk getal het aantal significante cijfers tussen haakjes geschreven:

$$2,344 \times 6,12 = 14,34528 \rightarrow 14,3$$

$$(4) \quad (3) = (3)$$

Het kleinst aantal significante cijfers is 3. Daarom wordt het eindantwoord ook op drie significante cijfers nauwkeurig afgerond.

Voorbeeld 3.13

Bestudeer waarom op de volgende manier wordt afgerond:

- $5,03 \times 6,782 = 34,11346 \rightarrow 34,1$
- $0,043 \times 47,69 = 2,05067 \rightarrow 2,1$
- $6,98 : 8,234 = 0,847704639 \rightarrow 0,848$
- $3,12 \cdot 10^9 \times 5,99 \times 10^7 = 1,86888 \cdot 10^{17} \rightarrow 1,87 \cdot 10^{17}$
- $53 \times 3,246 = 172,038 \rightarrow 1,7 \cdot 10^2$

Toelichting:

In voorbeeld 3.13.5 wordt op $1,7 \cdot 10^2$ afgerond en niet op 170, omdat 170 drie significante cijfers bezit, terwijl we het antwoord in twee significante cijfers moeten geven.

Opdracht 3.7 Rond voorbeeld 3.1 op de juiste wijze af.

Opdracht 3.8 Bereken en rond op de juiste wijze af:

- $3,289 \times 70,123 : 3,78 =$
- $$\frac{75,123 \times 8,345}{0,234} =$$
- $9,102 \cdot 10^5 \times 6,1924 \cdot 10^6 =$
- $81 \times 235,6 =$
- $0,0238 : 75,14 =$



Constanten worden niet gebruikt bij het bepalen van de afronding.

Voorbeeld 3.14

Als we de omtrek O van een cirkel willen bepalen bij een gegeven straal $r = 2,75$ cm, dan maken we gebruik van de formule: $O = 2\pi r$. De berekening die we maken gaat als volgt: $O = 2 \times \pi \times 2,75 = 17,27875959$. Het is onzinnig om als volgt te redeneren: 2 is één significant cijfer, π heeft oneindig veel significante cijfers en 2,75 heeft drie significante cijfers, dus het kleinst aantal significante cijfers is ...

Zowel 2 als ook π zijn beide constanten. Ze zijn dus niet ontstaan uit een meting (waarneming) van ons en daardoor beïnvloeden ze ook niet de nauwkeurigheid van onze omtrek berekening. Het enige wat deze wel beïnvloed is de nauwkeurigheid waarmee we de straal hebben bepaald, dit had een nauwkeurigheid van 3 significante cijfers. Daarom wordt de omtrek ook in 3 significante cijfers opgegeven, zodat het antwoord: $O = 17,3$ cm wordt.



Bij de bewerkingen machtsverheffen en worteltrekken rond je af op het kleinste aantal significante cijfers van de gemeten waarden.

Voorbeeld 3.15

1. $5,34^2 =$ als 2 geen gemeten waarde is, dan wordt het eindantwoord opgegeven in 3 significante cijfers. Als dit wel zo is, dan bestaat het antwoord maar uit 1 significant cijfer.
2. $73,12^5 =$ als 5 geen gemeten waarde is, dan wordt het eindantwoord opgegeven in 4 significante cijfers.
3. $3,456^{2,41} =$ als beide cijfers gemeten waarden zijn, dan wordt het eindantwoord opgegeven in 3 significante cijfers.
4. $\sqrt{65,293} =$ wordt opgegeven in 5 significante cijfers
5. $\sqrt[7]{3,12} =$ als 7 geen gemeten waarde is, dan wordt het eindantwoord opgegeven in 3 significante cijfers.
6. $\sqrt[1,3]{89,23} =$ als beide cijfers gemeten waarden zijn, dan wordt het eindantwoord opgegeven in 2 significante cijfers.

Opdracht 3.9 Bereken en rond op de juiste wijze af:

- a. $5,34^2 =$ (2 is een constante)
- b. $73,12^5 =$ (5 is een constante)
- c. $3,456^{2,41} =$
- d. $\sqrt[7]{3,12} =$ (7 is een constante)
- e. $\sqrt[1,3]{89,23} =$

Opdracht 3.10 Bereken en rond op de juiste wijze af:

- bereken het volume V van een bol met een straal $r = 8,56$ cm, met behulp van de formule:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$
- bereken het volume V van een cilinder met een straal $r = 1,34$ cm en een hoogte $h = 5,78$ cm, met behulp van de formule: $V = \pi r^2 h$
- bereken het oppervlak A van een cirkel met een diameter $d = 20,45$ cm, met behulp van de formule: $A = \frac{1}{4}\pi d^2$

 Bij combinaties van bewerkingen, worden alle bewerkingen met de daarbij behorende afrondingsregels uitgevoerd. Je mag tussentijds nooit afronden. Het afronden vindt pas plaats bij het opschrijven van het eindantwoord.

Voorbeeld 3.16

We geven met het symbool “|” aan waar de tussenberekening afgerond zou worden.

- $\frac{2,35 + 5,294}{9,231 - 4,3112} = \frac{7,64|4}{4,919|8} = 1,55|3721... \rightarrow 1,55$ Bij het optellen van de teller vind je 7,644. Omdat het minst aantal decimalen in de teller 2 is heb je eigenlijk maar 3 significante cijfers in de teller. Het verschil in de noemer levert: 4,9198. Omdat het minst aantal decimalen in de noemer 3 is heb je hierdoor 4 significante cijfers in de noemer. Bij het delen kijk je naar het kleinst aantal significante cijfers, dit is 3. Daardoor wordt het eindantwoord: 1,55.
- $6,34 \times 3,87 + 14,98 = 24,5|358 + 14,98 = 39,5|158 \rightarrow 39,5$ Bij het resultaat van de vermenigvuldiging wordt gekeken naar het minst aantal significante cijfers. Dit is 3, zodat in feite de eerste term van de optelling maar 1 decimaal bezit. Om deze reden wordt het eindantwoord in 1 decimaal nauwkeurig gegeven.

Opdracht 3.11 Bereken en rond op de juiste wijze af:

- $3,97 \times 8,123 + 65,21 \times 27,51 =$
- $\frac{5,435 \times 3,91^2}{15,537 - 8,290} =$
- $\frac{83,89 - 79,345}{2,956} =$

Voorbeeld 3.17

Je hebt een meting 3 maal uitgevoerd. De gevonden waarden zijn: 2,3756, 2,3984 en 2,3887. Als je hiervan het (rekenkundig) gemiddelde bepaalt, dan gaat dit als volgt:

$$\frac{2,3756 + 2,3984 + 2,3887}{3} = \frac{7,1627}{3} = 2,378566667.$$

Bij het afronden mag je natuurlijk **niet** als volgt redeneren: in de teller staan 5 significante cijfers, in de noemer staat maar 1 significant cijfer, dus ...

Het getal 3 in de noemer is *een exacte getelde* waarde, deze heeft geen enkele invloed op de meetnauwkeurigheid van de proef! Daarom wordt het gemiddelde in 5 significante cijfers opgegeven als: 2,3786.

 Exact getelde (bepaalde) waarden worden niet gebruikt bij het bepalen van de afronding.

Opdracht 3.12 Bij het berekenen van de omtrek O en het oppervlak A van een rechthoek met zijden lengte l en breedte b , kunnen we gebruik maken van de formules: $O = 2(l + b)$ en $A = l \times b$. Voor een zekere rechthoek gelden de volgende maten: $l = 6,205$ cm en $b = 4,870$ cm. Bereken voor deze rechthoek de omtrek O en het oppervlak A .

Opdracht 3.13 Bereken l_t met behulp van de formule: $l_t = l_0(1 + \alpha \cdot \Delta T)$, als gegeven is: $l_0 = 1,0472$ m, $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ en $\Delta T = 80,3$ K.

Opdracht 3.14 Bereken het (rekenkundig) gemiddelde van de volgende waarnemingen: 32,897 , 32,880 , 32,798 , 32,900 , 32,893



In de rest van deze module gaan we uit van het volgende principe:

- in opdrachten waarin decimalen staan worden de getallen beschouwd als meetresultaten. Bij het bepalen van het antwoord zijn dus de afrondingsregels uit dit hoofdstuk van kracht.
- in opdrachten waarin alleen met gehele getallen staan worden de opdrachten beschouwd als gewone wiskundige berekeningen en niet als verwerking van meetresultaten. Als er afgerond moet worden, dan kies je meestal voor een afronding in 2 decimalen nauwkeurig.

