

5 Omtrek, oppervlak en inhoud

In dit hoofdstuk ga je de omtrek, oppervlak en de inhoud van een aantal meetkundige figuren bekijken. Er wordt een onderscheid gemaakt tussen vlakke en ruimtelijke figuren. De figuren die je bekijkt worden begrensd door rechte of kromme lijnen en ze zijn gesloten (“er zitten dus geen openingen in de lijnen”).

Vlakke en ruimtelijke figuren

Vlakke figuren zijn figuren die een hoogte gelijk aan 0 hebben. Vlakke figuren worden ook wel 2 dimensionale figuren genoemd, omdat de figuren beschreven kunnen worden met behulp van 2 dimensies, je noemt deze dimensies meestal de *lengte* en de *breedte*.

Ruimtelijke figuren zijn figuren die een hoogte ongelijk aan 0 hebben. Ruimtelijke figuren worden ook wel 3 dimensionale figuren genoemd, omdat de figuren beschreven kunnen worden met behulp van 3 dimensies, je noemt deze dimensies meestal de *lengte*, de *breedte* en de *hoogte*.



De *omtrek* O is de totale lengte van alle zijden van het vlakke figuur.

Toelichting:

1. Je gebruikt de omtrek als je een figuur wilt omspannen door middel van bijvoorbeeld een koord.
2. De eenheid van omtrek is *lengte eenheid*, bijvoorbeeld: cm of m.
3. Omdat je een ruimtelijke figuur op diverse plaatsen kunt omspannen met een koord, waarbij steeds een andere lengte kan ontstaan, heeft het weinig zin om te praten over de omtrek van een ruimtelijk figuur. Wel heeft het zin om te praten over de omtrek van het grondvlak of het bovenvlak, want dit is weer een vlak figuur (2 dimensionaal).



Het *oppervlak* A wordt gebruikt als je het figuur wilt bedekken.

Toelichting:

1. Als symbool voor oppervlak wordt meestal de letter A van area (*Engels*: oppervlak) genomen.
2. De eenheid van oppervlak is *lengte eenheid* $\times$ *lengte eenheid*. Als je overal dezelfde soort lengte eenheid neemt, dan vind je *lengte eenheid*², bijvoorbeeld: cm² of m².

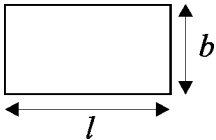
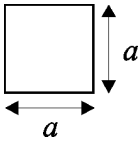
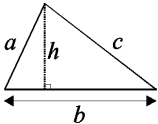
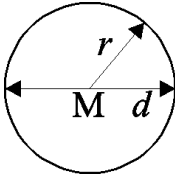


De inhoud V wordt gebruikt als je het figuur wilt vullen.

Toelichting:

1. Als symbool voor inhoud wordt meestal de letter V van volume genomen. Volume is een andere naam voor inhoud. Het woord inhoud wordt meestal gebruikt bij vaste stoffen en het woord volume bij vloeistoffen en gassen.
2. De eenheid van inhoud is *lengte eenheid* $\times$ *lengte eenheid* $\times$ *lengte eenheid*. Als je overal dezelfde soort lengte eenheid neemt, dan vind je *lengte eenheid*³, bijvoorbeeld: cm³ of m³.
3. Het heeft geen enkele zin om over de inhoud van een vlak figuur te praten, daar deze altijd gelijk aan 0 is, immers de hoogte van een vlak figuur is 0.

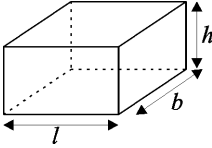
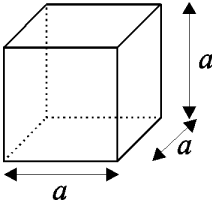
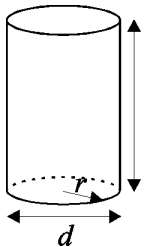
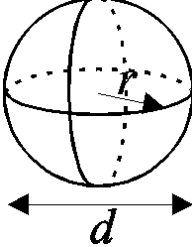
Formules voor vlakke figuren

Wiskundige naam	Figuur	Omtrek	Oppervlak
Rechthoek		$O = 2(l + b)$	$A = lb$
Vierkant		$O = 4a$	$A = a^2$
Driehoek		$O = a + b + c$	$A = \frac{1}{2}bh$
Cirkel		$O = 2\pi r = \pi d$	$A = \pi r^2 = \frac{1}{4}\pi d^2$

Toelichting:

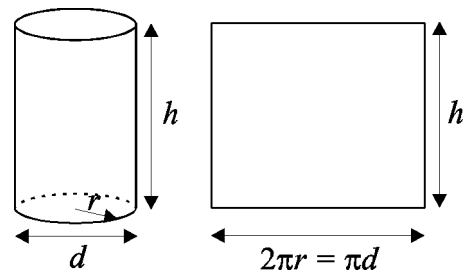
1. Als je de omtrek van een rechthoek bepaalt dan is dit:
 $O = l + b + l + b = 2 \cdot l + 2 \cdot b = 2(l + b)$
2. Omdat een vierkant vier gelijke zijden heeft is de omtrek 4 maal de lengte van een zijde.
3. Om de omtrek van een driehoek te bepalen, dien je gewoon de lengtes van de zijden op te tellen. Om het oppervlak te bepalen berekenen we $\frac{1}{2} \times \text{basis} \times \text{hoogte}$. De hoogte is de lengte van de lijn die vanuit een hoekpunt loodrecht (onder een hoek van 90°) wordt neergelaten op de overstaande zijde.
4. In een cirkel is de diameter d gelijk aan tweemaal de straal r . In formule: $d = 2 \cdot r$. Verwar het woord *diameter* niet met de *doorsnede*, hetgeen een ander woord voor het oppervlak A is.

Formules voor ruimtelijke figuren

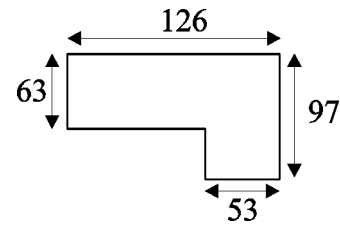
Wiskundige naam	Figuur	Oppervlak	Inhoud
Balk		$A = 2(lb + bh + lh)$	$V = lbh$
Kubus		$A = 6a^2$	$V = a^3$
Cilinder		$A = 2\pi rh + 2\pi r^2$ $= \pi dh + \frac{1}{2}\pi d^2$	$V = \pi r^2 h = \frac{1}{4}\pi d^2 h$
Bol		$A = 4\pi r^2 = \pi d^2$	$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{6}\pi d^3$

Toelichting:

- Voor alle figuren, waarvan het boven en het ondervlak identiek (wiskundig: “congruent”) zijn en evenwijdig lopen, kan men de inhoud berekenen met behulp van de formule: $V = A_{\text{grondvlak}} \times h$. De balk, kubus en cilinder zijn hier voorbeelden van.
- Voor de balk geldt dat het oppervlak van het grond- en bovenvlak gelijk is aan: $l \times b$. De zijvlakken hebben een oppervlak dat gelijk is aan: $b \times h$. Het voor- en achtervlak heeft een oppervlak dat gelijk is aan: $l \times h$. Zodat het totale oppervlak gelijk is aan: $A = 2(lb + bh + lh)$
- Als je bij de cilinder de mantel uitvouwt, dan krijg je een rechthoek die een lengte heeft die gelijk is aan de omtrek van de cirkel, die het onder- en bovenvlak vormt. Het oppervlak van deze mantel is dus: $2\pi r \times h$ of $\pi d \times h$. Het oppervlak van het onder- en bovenvlak, welke cirkels zijn is: $2 \times \pi r^2$ of $2 \times \frac{1}{4}\pi d^2 = \frac{1}{2}\pi d^2$.



Opdracht 5.1 Bereken de omtrek en het oppervlak van het hiernaast staande figuur. Alle maten staan aangegeven in mm.



Opdracht 5.2 Een balk heeft de volgende afmetingen: $l = 8$ cm, $b = 6$ cm en $h = 5$ cm.

- Bereken het oppervlak van het grondvlak, het voorvlak en het rechter zijvlak.
- Bereken het totale oppervlak van deze balk.
- Bereken de inhoud van de balk.

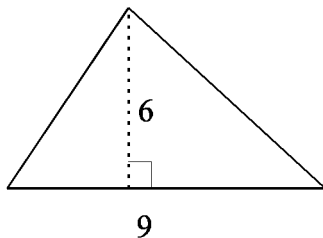


Op de hiernaast staande manieren wordt aangegeven dat twee lijnen loodrecht op elkaar staan, oftewel een hoek van 90° met elkaar maken.

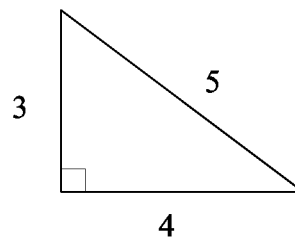


Opdracht 5.3 Bereken de oppervlaktes van de onderstaande driehoeken:

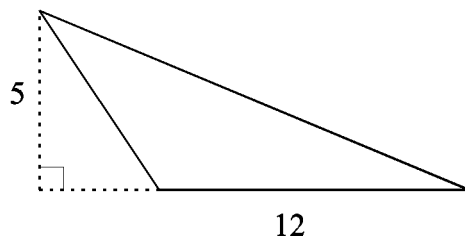
a.



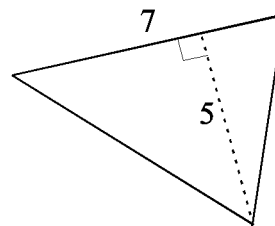
b.



c.



d.



Opdracht 5.4 De diameter van een conservenblikje van tin is 12 cm en de hoogte is 14 cm. Om de mantel heeft men een papieren wikkel geplakt. (antwoorden in 2 decimalen nauwkeurig geven)

- Bereken het oppervlak van de papieren wikkel bij dit blik.
- Bereken het totale tinnen oppervlak van dit blik.
- Bereken de inhoud van dit blik.

Opdracht 5.5 De evenaar van de aarde heeft een straal van 6377 km.

- Bereken de omtrek van de aarde aan de evenaar.
- Bereken het totale oppervlak van de aarde.
- Stel dat de aarde een zuivere bolvorm heeft, dit is in werkelijkheid niet zo! Bereken dan de totale inhoud van de aarde.
- Bereken de massa van de aarde. ($\rho_{\text{aarde}} = 5515 \text{ kg/m}^3$)

Opdracht 5.6 Een waterdruppel heeft een perfecte bolvorm. De diameter is 2 mm.

- Wat is het totale wateroppervlak.
- Wat is het volume van deze druppel.
- Hoeveel van deze druppels zijn er minimaal nodig om 1 ml water te krijgen.

Opdracht 5.7 Een bekerglas heeft een diameter van 5 cm. In dit bekerglas zit een vloeistof met een hoogte van 8 cm. Bereken het volume van deze vloeistof in ml. (antwoord in 0 decimalen nauwkeurig geven)

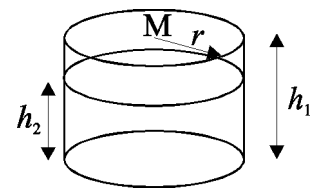
Opdracht 5.8 Een dobbelsteen heeft zijden van 1,4 cm.

- Bereken het oppervlak van één zijvlak.
- Bereken het totale oppervlak van de dobbelsteen.
- Bereken de inhoud van de dobbelsteen.

Opdracht 5.9 Een iglo is een halve bol. De middellijn (diameter) is 4 m. (antwoorden in 2 decimalen nauwkeurig geven)

- Hoe groot is de straal van de iglo.
- Bereken de oppervlakte van de vloer.
- Bereken de oppervlakte van de ijskoepel.
- Bereken de inhoud van de iglo.

Opdracht 5.10 Voor het aanleggen van een cirkelvormig tuinterras wordt in het punt M een koord met een straal $r = 1,50$ m bevestigd. Hiermee wordt een cirkelvorm uitgezet. Voordat de bestrating kan worden gelegd, dient men eerst 40 cm grond (h_1) te verwijderen. Omdat de dikte van de klinkers (stenen) 10 cm is, wordt het gat eerst opgevuld met 30 cm (h_2) zand.



- Bereken het totale zit oppervlak van het tuinterras.
- Hoeveel m^3 grond moet je afvoeren?
- Hoeveel m^3 zand is er nodig om op te vullen.
- Als je een kruiwagen goed vult, dan heb je ongeveer 13 kruiwagens nodig om 1 m^3 grond of zand te verplaatsen. Hoeveel kruiwagens grond moet je afvoeren? Hoeveel kruiwagens zand moet je aanvoeren?
- Als je in plaats van een cirkelvormig terras een vierkant terras met hetzelfde oppervlak wilt maken, welke afmetingen krijgen dit terras dan (in cm nauwkeurig)?
- Moet je bij zo'n vierkant terras minder, evenveel of meer grond afvoeren of zand aanvoeren?

