

20 Exponentiële en logaritmische functies

In dit hoofdstuk onderzoek je exponentiële en logaritmische functies.

Voorbeeld 20.1

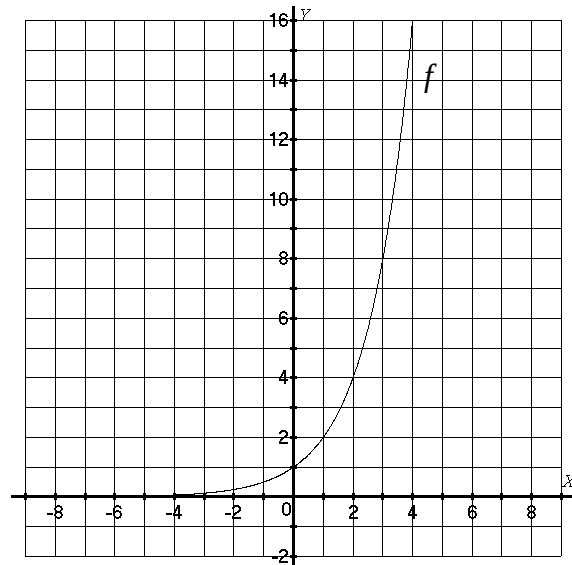
In de hiernaast staande tekening staat de grafiek van de functie f met het functievoorschrift $f(x) = 2^x$. Om de grafiek van f te bepalen hebben we een aantal coördinaten van de grafiek uitgerekend.

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$y = 2^x$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	16

De functie $f(x)$ wordt een exponentiële functie genoemd.

Voor de grafiek van f geldt: “voor alle $x \in \mathbb{R}$ is $y = 2^x > 0$ ”. Om deze reden zeggen we:

- het domein van f is: $D_f = \mathbb{R}$
- het bereik van f is: $B_f = \{y \mid y > 0\}$.



Een functie wordt een *exponentiële functie* genoemd, als de exponent een variabele en het grondtal een constante is. De meest eenvoudige vorm heeft het volgende functievoorschrift: $f(x) = a^x$. Voor a geldt de volgende voorwaarde: $a > 0 \wedge a \neq 1$, oftewel $0 < a < 1 \vee a > 1$ (zie ook Hfst 19 voorwaarden).

- Het domein van dit soort functies is: $D_f = \mathbb{R}$
 (“je mag alle getallen x invullen”)
- Het bereik van dit soort functies is: $B_f = \{y \mid y > 0\}$
 (“de uitkomst y is altijd positief”).

Opdracht 20.1 Bereken zonder rekenmachine (laat eventuele breuken staan):

- $3^2 =$
- $3^0 =$
- $3^{-1} =$
- $3^{-2} =$

Opdracht 20.2 Bereken zonder rekenmachine (laat eventuele breuken staan):

- $(\frac{1}{2})^2 =$
- $(\frac{1}{2})^0 =$
- $(\frac{1}{2})^{-1} =$
- $(\frac{1}{2})^{-2} =$

Opdracht 20.3 Teken de grafieken van de functies met de voorschriften:

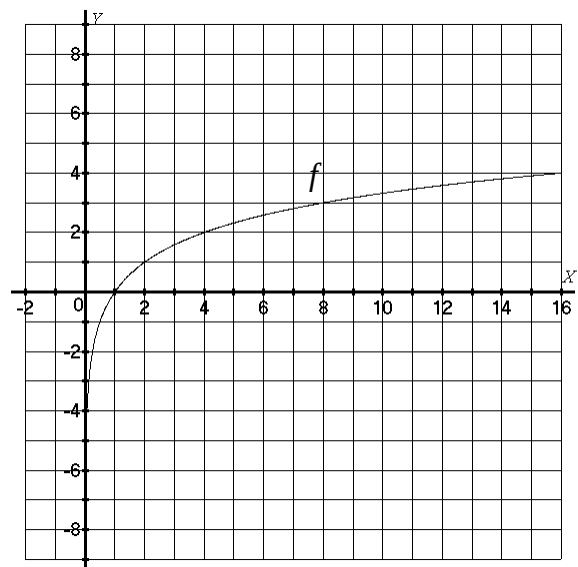
- $f(x) = 3^x$
- $g(x) = (\frac{1}{2})^x$
- $h(x) = 10^x$

Voorbeeld 20.2

In de hiernaast staande tekening staat de grafiek van de functie f met het voorschrift $f(x) = {}^2\log x$. Om de grafiek van f te bepalen hebben we een aantal coördinaten van de grafiek uitgerekend. In afwijking tot wat gebruikelijk is hebben we géén x waarden ingevuld, maar eerst de formule met behulp van afspraak 19.1 omgevormd:

$y = {}^2\log x \Leftrightarrow x = 2^y$ en we vullen gehele y -coördinaten in, waarmee we de bijbehorende x -coördinaten berekenen:

$x = 2^y$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	16
y	-2	-1	0	1	2	3	4



Uit de voorwaarde van de logaritme volgt:

- het domein van f is: $D_f = \{x \mid x > 0\}$
- het bereik van f is: $B_f = \mathbb{R}$.



Een functie wordt een *logaritmische functie* genoemd, als de variabele in een logaritme met een constant grondtal wordt geschreven. De meest eenvoudige vorm heeft het volgende functievoorschrift: $f(x) = {}^a\log x$. Voor a geldt de volgende voorwaarde:

$a > 0 \wedge a \neq 1$, oftewel $0 < a < 1 \vee a > 1$ (zie ook Hfst 19 voorwaarden).

- Het domein van dit soort functies is: $D_f = \{x \mid x > 0\}$
("je mag alleen positieve x waarden invullen")
- Het bereik van dit soort functies is: $B_f = \mathbb{R}$
("je kunt alle getallen als uitkomst y verkrijgen").

Opdracht 20.4 Herschrijf zonder logaritme notatie:

- a. $y = {}^5 \log x$
- b. $y = {}^{\frac{1}{3}} \log x$
- c. $y = {}^7 \log x$
- d. $y = {}^{\frac{1}{5}} \log x$

Opdracht 20.5 Teken de grafieken van de functies met de voorschriften:

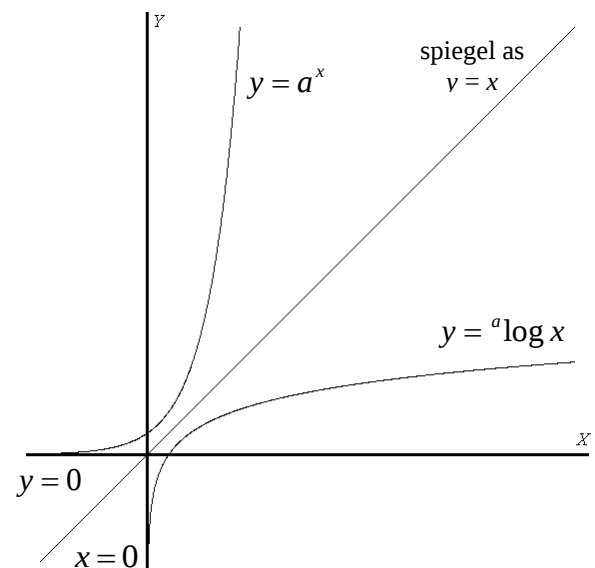
- a. $f(x) = {}^3 \log x$
- b. $g(x) = {}^{\frac{1}{2}} \log x$
- c. $h(x) = \log x$

De snijpunten met de assen en de asymptoten van de grafieken

Voor exponentiële grafieken met het voorschrift $y = a^x$ geldt dat de X-as (de lijn $y = 0$) een *horizontale asymptoot* is.

Voor logaritmische grafieken met het voorschrift: $y = {}^a \log x$ geldt dat de Y-as (de lijn $x = 0$) een *verticale asymptoot* is.

De grafieken van $y = a^x$ en $y = {}^a \log x$ zijn elkaars inverse functies. Deze eigenschap kun je in een grafiek herkennen, doordat de grafieken elkaars spiegelbeeld zijn in de lijn met de vergelijking: $y = x$.



Voorbeeld 20.3

We hebben de grafiek van de functie met het voorschrift $f(x) = 2^x - 3$ hiernaast getekend.

Doordat je 3 van elke waarde 2^x aftrekt, schuift de hele grafiek, inclusief zijn asymptoot, drie eenheden omlaag. De vergelijking van de horizontale asymptoot wordt: $y = -3$. Je berekent als volgt de snijpunten met de assen:

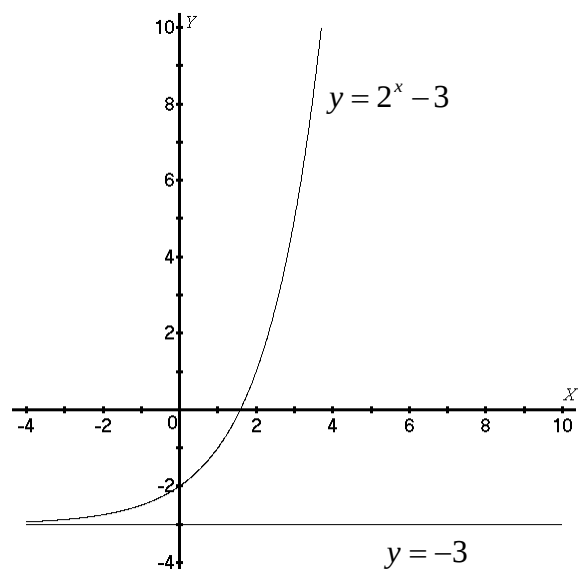
Snijpunt met de X-as:

$$y = 0 \Rightarrow 2^x - 3 = 0 \Leftrightarrow$$

$$2^x = 3 \Leftrightarrow x = {}^2 \log 3 = \frac{\log 3}{\log 2} \approx 1,58$$

Snijpunt met de Y-as:

$$x = 0 \Rightarrow y = 2^0 - 3 = 1 - 3 = -2$$



Opdracht 20.6 Los x op uit de volgende vergelijkingen:

- $2^x - 8 = 0$
- $3^x - 9 = 0$
- $2^x + 1 = 0$
- $2^{x+2} - 16 = 0$

Opdracht 20.7 Bepaal van de volgende functies, de snijpunten met de assen, de asymptoten en teken de grafieken van de functies:

- $f(x) = 2^{3x}$
- $g(x) = 3 \cdot 2^x$
- $h(x) = 2^x - 2$
- $k(x) = 2^x + 1$

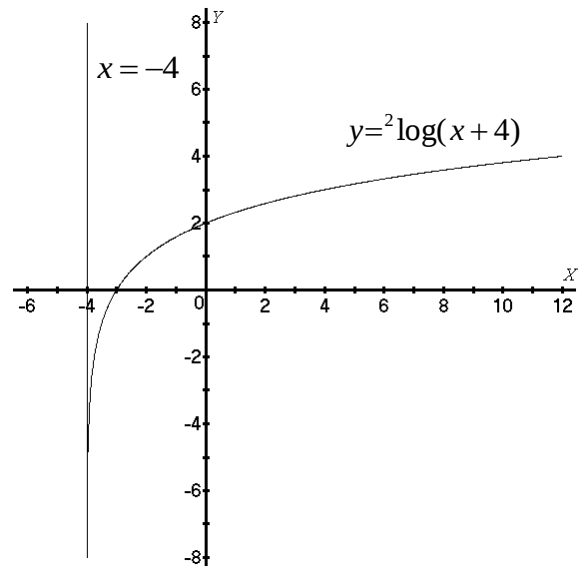
Voorbeeld 20.4

We hebben de grafiek van de functie met het voorschrift $f(x) = {}^2\log(x+4)$ hiernaast getekend.

De coördinaten van deze functie kun je vinden, door eerst x te isoleren. Dit gaat als volgt:

$y = {}^2\log(x+4) \Leftrightarrow x+4 = 2^y \Leftrightarrow x = 2^y - 4$ en je vult weer gehele y -coördinaten in, waarmee je de bijbehorende x -coördinaten berekent:

$x = 2^y - 4$	$-3\frac{3}{4}$	$-3\frac{1}{2}$	-3	-2	0	4	12
y	-2	-1	0	1	2	3	4



Je ziet dat je in feite de grafiek met de vergelijking $y = {}^2\log x$, inclusief zijn asymptoot 4 eenheden naar links hebt verschoven. De vergelijking van de verticale asymptoot wordt: $x = -4$.

Je berekent als volgt de snijpunten met de assen:

Snijpunt met de X-as: $y = 0 \Rightarrow {}^2\log(x+4) = 0 \Leftrightarrow x+4 = 2^0 \Leftrightarrow x+4 = 1 \Leftrightarrow x = -3$

Snijpunt met de Y-as: $x = 0 \Rightarrow y = {}^2\log(0+4) = {}^2\log 4 = {}^2\log 2^2 = 2$



De grafiek van de vergelijking $y = {}^a\log(px+q)$ bestaat indien $px+q > 0$ (hieruit volgt het domein). De lijn met de vergelijking $px+q = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{q}{p}$ is de verticale asymptoot van deze grafiek.

Opdracht 20.8 Isoleer x :

- a. $y = {}^3\log 2x$
- b. $y = {}^2\log(x - 4)$
- c. $y = {}^2\log(x + 2)$
- d. $y = 4 \cdot {}^2\log x$

Opdracht 20.9 Los x op uit de volgende vergelijkingen:

- a. ${}^3\log 2x = 0$
- b. ${}^2\log(x - 2) = 0$
- c. ${}^2\log(x + 1) = 0$
- d. ${}^3\log(2x - 5) = 0$

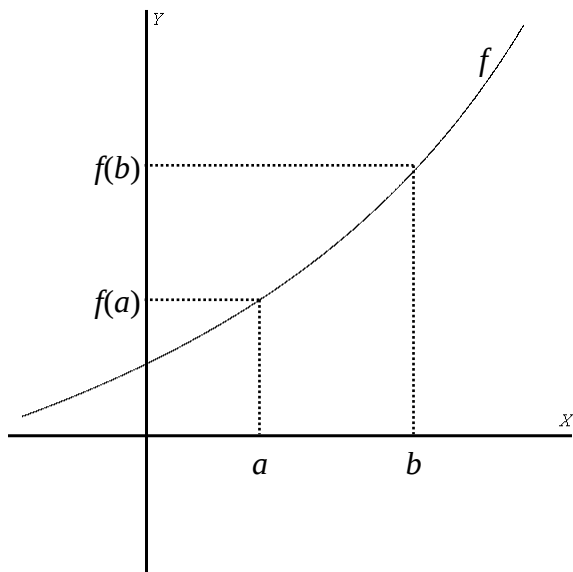
Opdracht 20.10 Bepaal van de volgende functies, de snijpunten met de assen, de asymptoten en teken de grafieken van de functies:

- a. $f(x) = {}^2\log 2x$
- b. $g(x) = 3 \cdot {}^2\log x$
- c. $h(x) = {}^2\log(x + 2)$
- d. $k(x) = {}^2\log(x - 1)$

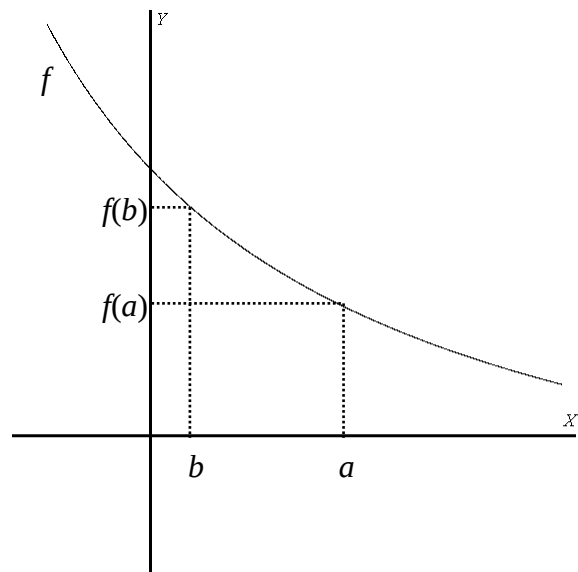
Opdracht 20.11 Gegeven zijn de functies f en g met de voorschriften: $f(x) = {}^{\frac{1}{2}}\log(2x + 2)$ en $g(x) = {}^2\log(x - 3)$

- a. Bereken van de grafieken van de functies f en g de snijpunten met de X -as en met de Y -as als deze bestaan.
- b. Bepaal de asymptoten van de grafieken van de functies f en g
- c. Teken de grafieken van de functies f en g in één assenstelsel.

Het stijgen en dalen van een functie



Als je bij een functie f op de X -as van links naar rechts gaat en de functiewaarde wordt steeds groter, dan noem je f een stijgende functie.



Als je bij een functie f op de X -as van links naar rechts gaat en de functiewaarde wordt steeds kleiner, dan noem je f een dalende functie.

- ☞ Als een functie *alleen maar stijgt*, dan noem je deze functie *monotoon (voortdurend) stijgend*.
- ☞ Als een functie *alleen maar daalt*, dan noem je deze functie *monotoon (voortdurend) dalend*.
- ☞ Als we praten over een *monotone functie*, dan bedoelen we een functie die monotoon stijgt òf monotoon daalt.

Het bovenstaande wordt als volgt vertaald in een wiskundige notatie:

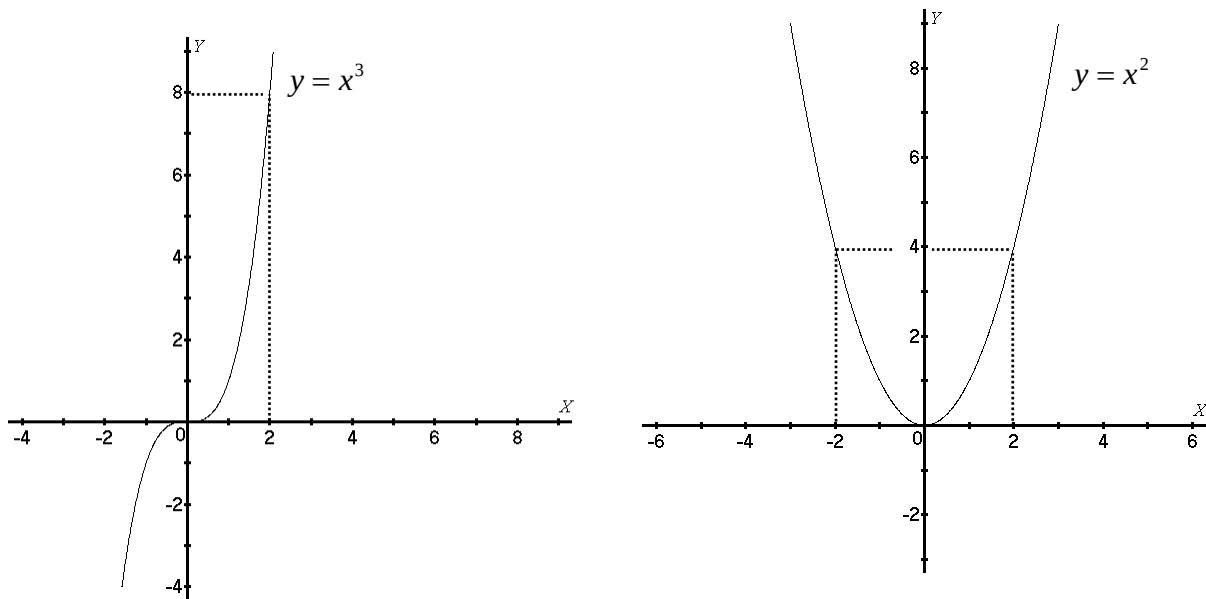
- Afspraak 20.1** f is een *monotoon stijgende* functie, indien voor alle a en b geldt:
 $f(a) < f(b) \Leftrightarrow a < b$
- Afspraak 20.2** f is een *monotoon dalende* functie, indien voor alle a en b geldt:
 $f(a) < f(b) \Leftrightarrow a > b$

Het feit of een functie monotoon is of niet heeft belangrijke gevolgen. We omschrijven een gevolg:

Regel 20.1 Als f een monotone functie is, dan geldt:
 $f(x) = f(a) \Leftrightarrow x = a$

Toelichting:

Als een functie voortdurend stijgt of daalt, dan komt elke y -waarde maar één maal voor als beeld van een x -waarde. Daarom geldt: $x^3 = 2^3 \Leftrightarrow x = 2$, maar niet geldt: $x^2 = 2^2 \Leftrightarrow x = 2$, want $2^2 = 4$ is het beeld van meer dan één x -waarde. Bij $x = -2$ en bij $x = 2$ geldt dat $y = 4$ (zie ook de hieronder staande grafieken)



Exponentiële en ook logaritmische functies zijn monotoon, daarom gelden de regels 19.3 en 19.12, welke we hier nogmaals herhalen:

Regel 19.3 $a^x = a^n \Leftrightarrow x = n$
Regel 19.12 ${}^a\log x = {}^a\log p \Leftrightarrow x = p$

Voorbeeld 20.5

Zorg er steeds voor dat je twee vormen krijgt met hetzelfde grondtal.

1. $2^x = 32 \Leftrightarrow 2^x = 2^5 \Leftrightarrow x = 5$
2. ${}^5\log x = 3 \Leftrightarrow {}^5\log x = {}^5\log 5^3 \Leftrightarrow x = 125$
3. $3^x = \frac{1}{9}\sqrt{3} \Leftrightarrow 3^x = \frac{1}{3^2} \sqrt[2]{3^1} \Leftrightarrow 3^x = 3^{-2} \cdot 3^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow 3^x = 3^{-\frac{1}{2}} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$

Opdracht 20.12 Herschrijf als machten van het grondtal:

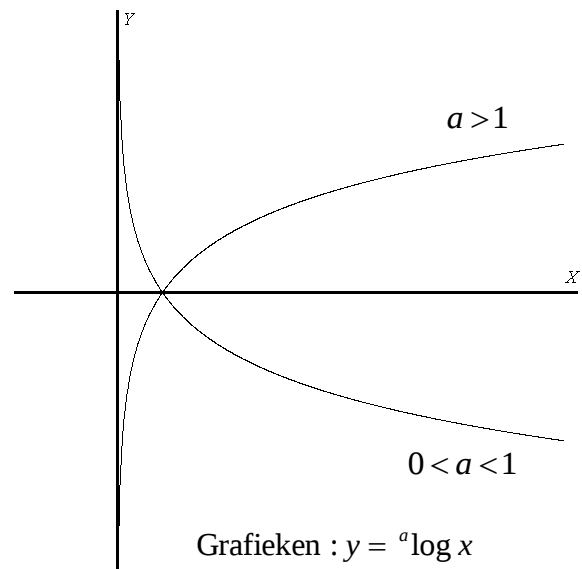
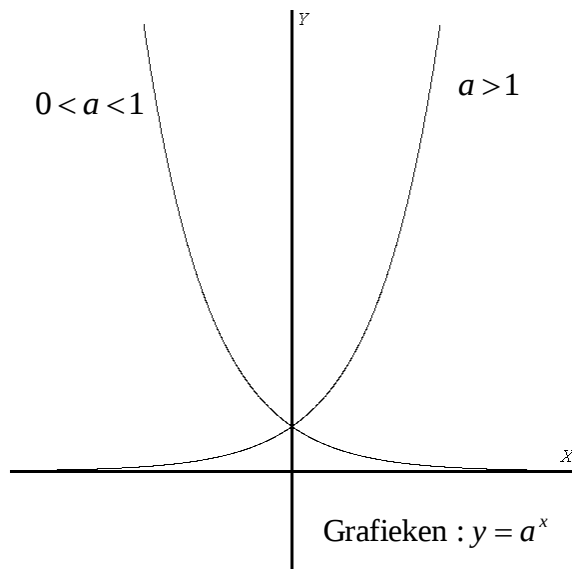
- a. $16 = 2^{\dots}$
- b. $\frac{1}{27} = 3^{\dots}$
- c. $\sqrt[5]{8} = 2^{\dots}$
- d. $\frac{1}{5}\sqrt[3]{25} = 5^{\dots}$

Opdracht 20.13 Los met behulp van de regels 19.3 en 19.10 op, zonder gebruik te maken van de rekenmachine:

- $2^x = 8$
- ${}^3\log x = 4$
- $2^x = \frac{1}{8}\sqrt[3]{4}$

Het monotoon dalen of stijgen van een exponentiële of een logaritmische functie wordt bepaald door het grondtal a . Dit staat hieronder schematisch weergegeven:

grondtal a	$f(x) = a^x$	$f(x) = {}^a\log x$
$0 < a < 1$	f is monotoon dalend	f is monotoon dalend
$a > 1$	f is monotoon stijgend	f is monotoon stijgend



In navolging van de afspraken 20.1 en 20.2 kun je de volgende regels formuleren:

Regel 20.2	$a^x < a^n \Leftrightarrow \begin{cases} x < n & \text{als } a > 1 \\ x > n & \text{als } 0 < a < 1 \end{cases}$
Regel 20.3	${}^a\log x < {}^a\log p \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < p & \text{als } a > 1 \\ x > p & \text{als } 0 < a < 1 \end{cases}$

Toelichting:

- Het wel of niet omdraaien van het teken wordt door het monotoon stijgen of monotoon dalen en dus het grondtal a bepaald.
- Let bij logaritme vormen steeds op de voorwaarde. Daarom krijg je in regel 20.3 niet alleen $x < p$, maar $0 < x < p$ want bij ${}^a\log x$ geldt de voorwaarde: $x > 0$

Voorbeeld 20.6

1. $2^x > 8 \Leftrightarrow 2^x > 2^3 \Leftrightarrow x > 3$
2. $(\frac{1}{3})^x > \frac{1}{9} \Leftrightarrow (\frac{1}{3})^x > (\frac{1}{3})^2 \Leftrightarrow x < 2$
3. $(\frac{1}{3})^x > \frac{1}{9} \Leftrightarrow (3^{-1})^x > \frac{1}{3^2} \Leftrightarrow 3^{-x} > 3^{-2} \Leftrightarrow -x > -2 \Leftrightarrow x < 2$
4. ${}^2\log x \geq {}^2\log 8 \Leftrightarrow x \geq 8$
5. ${}^{\frac{1}{2}}\log x < {}^{\frac{1}{2}}\log 5 \Leftrightarrow x < 5$
6. ${}^3\log x \leq {}^3\log 5 \Leftrightarrow x \leq 5 \wedge x > 0 \Leftrightarrow 0 < x \leq 5$
7. ${}^{\frac{1}{3}}\log x > {}^{\frac{1}{3}}\log 7 \Leftrightarrow x < 7 \wedge x > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 7$
8. ${}^{\frac{1}{5}}\log x > 2 \Leftrightarrow {}^{\frac{1}{5}}\log x > {}^{\frac{1}{5}}\log (\frac{1}{5})^2 \Leftrightarrow {}^{\frac{1}{5}}\log x > {}^{\frac{1}{5}}\log \frac{1}{25} \Leftrightarrow x < \frac{1}{25} \wedge x > 0 \Leftrightarrow 0 < x < \frac{1}{25}$

Toelichtingen:

1. In de voorbeelden 20.6.1, 20.6.4 en 20.6.6 is het grondtal $a > 1$ en daardoor heb je te maken met een monotoon stijgende functie. Als je naar de originelen kijkt dan blijft het ongelijkteken hetzelfde.
2. In de voorbeelden 20.6.2, 20.6.5 en 20.6.7 is het grondtal $0 < a < 1$ en daardoor heb je te maken met een monotoon dalende functie. Als je naar de originelen kijkt dan draait het ongelijkteken om.
3. In voorbeeld 20.6.2 en 20.6.3 hebben we de opdracht twee maal op een verschillende manier uitgewerkt. In voorbeeld 20.6.2 blijven we werken met het grondtal $\frac{1}{3}$, terwijl we in voorbeeld 20.6.3 het grondtal omschrijven tot 3.
4. In voorbeeld 20.6.6 en 20.6.7 moet je de voorwaarde (" $x > 0$ ") toevoegen om de oplossing te beperken in verband met het bestaan van de logaritme.

Opdracht 20.14 Los op:

- a. $2^x \leq 32$
- b. $3^x \geq 9$
- c. $5^x > 125$
- d. $7^x < 49$

Opdracht 20.15 Los op:

- a. $(\frac{1}{2})^x > \frac{1}{4}$
- b. $(\frac{1}{3})^x \leq \frac{1}{81}$
- c. $(\frac{1}{5})^x \geq \frac{1}{125}$
- d. $(\frac{1}{7})^x < \frac{1}{49}$

Opdracht 20.16 Los op:

- a. ${}^2\log x \geq 3$
- b. ${}^3\log x > -2$
- c. ${}^5\log x \leq 2$
- d. ${}^7\log x < -1$

Opdracht 20.17 Los op:

- a. $\frac{1}{2} \log x \leq 4$
- b. $\frac{1}{3} \log x < -2$
- c. $\frac{1}{5} \log x \geq 1$
- d. $\frac{1}{7} \log x > -1$

Opdracht 20.18 Los op:

- a. $2^x \leq 64$
- b. $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \frac{1}{8}$
- c. $^2\log x \geq 4$
- d. $^2\log x < \frac{1}{2}$
- e. $\frac{1}{3} \log x < 2$
- f. $\frac{1}{2} \log x \geq 3$

Opdracht 20.19 Gegeven is de functie met het voorschrift: $f(x) = {}^2\log(2x + 4)$

- a. Bereken van de grafiek van f het snijpunt met de X -as en het snijpunt met de Y -as (als deze bestaan)
- b. Bepaal het domein van de functie f
- c. Bepaal de verticale asymptoot van de grafiek van f
- d. Bereken waar geldt: $f(x) \geq 3$
- e. Bereken waar geldt: $f(x) \leq 2$

Groefuncties

Voorbeeld 20.7

Onder bepaalde omstandigheden delen cellen zich 1 maal per uur. Als je start met 1 cel, dan zal het aantal cellen N (de letter N van number oftewel getal) als volgt toenemen:

t (uur)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	t
N (stuks)	1	2	4	8	16	32	64	128	256	...
N (in formule)	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^t

Zoals te zien is kun je het aantal bacteriën na t uur berekenen met het voorschrift: $N(t) = 2^t$. Het grondtal 2 noemen we in dit verband de *groefactor*.

Voorbeeld 20.8

Dit is hetzelfde voorbeeld als 20.7. Alleen start je nu met 5 cellen in plaats van met 1 cel. Het aantal cellen zal nu als volgt toenemen:

t (uur)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	t
N (stuks)	5	10	20	40	80	160	320	640	1280	...
N (in formule)	5×1	5×2	5×4	5×8	5×16	5×32	5×64	5×128	5×256	...
N (in formule)	5×2^0	5×2^1	5×2^2	5×2^3	5×2^4	5×2^5	5×2^6	5×2^7	5×2^8	5×2^t

Zoals te zien is kun je het aantal bacteriën na t uur berekenen met het voorschrift: $N(t) = 5 \times 2^t$. Het getal 5 is het *beginnaantal*.

☞ Een *groefunctie* heeft in het algemeen de volgende vorm (opgeschreven in woorden):
aantal na t perioden = beginnaantal $\times$ groefactor^{aantal perioden}

☞ In een wiskundige notatie schrijf je dit als: $f(x) = f(0) \cdot a^x$

Toelichting:

Een groefunctie heeft de vorm: $f(x) = k \times a^x$. Als je voor x de waarde 0 invullen, dan vind je: $f(0) = k \times a^0 \Leftrightarrow f(0) = k \times 1 \Leftrightarrow k = f(0)$. Je ziet de constante k is gelijk aan de functiewaarde bij $x = 0$ (" $f(0)$ ").

Opdracht 20.20 Onder bepaalde omstandigheden verdubbelen bacteriën elk half uur. Je start met 200 bacteriën.

- Hoeveel bacteriën heb je na: 1 uur, 1,5 uur, 2 uur, 2,5 uur
- Maak een functievoorschrift van deze deling volgens de formule: $N(t) = N(0) \times a^t$ (hierin is t het aantal halve uren)

Voorbeeld 20.9

Een olievlek verdrievoudigt elk kwartier. Het beginoppervlak $A(0) = 5 \text{ m}^2$. Je vult de gegevens in de algemene vorm van de groeifunctie $A(t) = A(0) \times a^t$ in. Hierdoor vind je het voorschrift: $A(t) = 5 \times 3^t$, waarbij t het aantal perioden van één kwartier is.

Als je de grootte van de vlek na 1,5 uur wilt berekenen, dan ga je als volgt te werk:

1,5 uur $\hat{=}$ $1,5 \times 4$ kwartier = 6 kwartier. Dit wil zeggen $t = 6$ en de grootte is:

$$A(6) = 5 \times 3^6 = 5 \times 729 = 3645 \text{ m}^2.$$

Als je wilt weten na hoeveel perioden het oppervlak gelijk is aan 1000 m^2 , dan ga je als volgt

$$\text{te werk: } A(t) = 1000 \Rightarrow 5 \times 3^t = 1000 \Leftrightarrow 3^t = \frac{1000}{5} = 200 \Leftrightarrow t = {}^3\log 200 = \frac{\log 200}{\log 3} \approx 4,8$$

kwartier.

Opdracht 20.21 Los t op uit de volgende vergelijkingen: (afroonden op 2 decimalen)

- $t = {}^2\log 47$
- $t = {}^3\log 575$
- $t = {}^{1,04}\log 40$
- $t = \frac{1}{5} \times {}^3\log 100$

Opdracht 20.22 Los t op uit de volgende vergelijkingen: (afroonden op 2 decimalen)

- $3 \times 2^t = 78$
- $7 \times 3^t = 105$
- $4 \times 5^t = 637$
- $25 \times 1,07^t = 3200$

Opdracht 20.23 Los t op uit de volgende vergelijkingen: (afroonden op 2 decimalen)

- $5 \times 2^{3t} = 7861$
- $4 \times 3^{5t} = 9124$
- $7 \times 5^{2t} = 8257$
- $125 \times 1,03^{12t} = 50000$

Opdracht 20.24 Gebruik het voorschrift uit voorbeeld 20.9

- Bereken de grootte van de olievlek na 2,5 uren.
- Na hoeveel perioden is de grootte van de olievlek 2 km^2

Voorbeeld 20.10

Ga uit van de groeifunctie in voorbeeld 20.9: $A(t) = 5 \times 3^t$, waarbij t de periode van een kwartier is. Als je het voorschrift wilt wijzigen, zodat je t in uren kunt invullen, dan ga je als volgt te werk:

1 uur $\hat{=}$ 4 kwartier $\Leftrightarrow t \text{ uur} \hat{=}$ $4t$ kwartier dus: $A(t) = 5 \times 3^{4t}$, waarbij t in uren wordt opgegeven.

Door het aantal uren t met 4 te vermenigvuldigen, maak je er eigenlijk weer kwartieren van.

Opdracht 20.25

- a. Wijzig het voorschrift van voorbeeld 20.9, zodat je de tijd t in minuten kunt invullen.
Bereken met deze formule:
- b. De grootte van de olievlek na 55 minuten.
- c. Na hoeveel minuten is de olievlek 300 m^2

Voorbeeld 20.11

Je zet op een bank een kapitaal tegen een vast rentepercentage van 5% uit. Je neemt en stort tussentijds geen geld. Na 1 jaar is het kapitaal gelijk aan beginkapitaal (= 100%) plus rente (= 5%) oftewel $105\% \hat{=} 105 \times \frac{1}{100} = \frac{105}{100} = 1,05$. Dit is de groeifactor, waarmee je het kapitaal na t jaar kunt berekenen, volgens de formule: $K(t) = K(0) \times 1,05^t$

Opdracht 20.26 Je zet op een bank f 2.000,00 uit tegen een vast rentepercentage van 7%. Je neemt en stort tussentijds geen geld.

- a. Wat is het kapitaal na: 10, 20 en 30 jaar.
- b. Hoeveel jaar moet je het kapitaal minimaal laten staan om f 50.000,00 te bezitten.

Opdracht 20.27 Radioactief jodium ^{131}I heeft een halveringstijd van 8,0 dagen. Dit wil zeggen dat de radioactiviteit na 8 dagen nog de helft is van de oorspronkelijke radioactiviteit. Hiermee kun je het volgende voorschrift opstellen: $A_t = A_0 \times (\frac{1}{2})^t$ (A is de activiteit)

Na hoeveel dagen is de activiteit $\frac{1}{1000}$ van de oorspronkelijke hoeveelheid ($A_t = \frac{1}{1000} A_0$).