

1 Rekenkundige bewerkingen

Bij het bepalen van het antwoord van een berekening maken we gebruik van een aantal standaard *rekenkundige bewerkingen*. Dit zijn de bewerkingen: optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, delen, machtsverheffen en worteltrekken. Om te zorgen dat iedereen hetzelfde antwoord uit een berekening krijgt heeft men een methode afgesproken, welke ons voorschrijft hoe we het resultaat van zo'n berekening bepalen. Het zal duidelijk zijn als we ons allen aan dezelfde methode houden, dan vinden we altijd hetzelfde antwoord uit een berekening. Echter als je van deze methode afwijkt, dan kan er een ander en dus foutief resultaat uit een berekening ontstaan.

De bovengenoemde methode staat bekend als: '*de prioriteitenregel*'. (Prioriteit betekent: voorrang). De regel geeft dus voorrang aan bepaalde bewerkingen boven andere en heeft de volgende vorm:

	Prioriteit (Computerregel)
↓	1 ^e Uitrekenen wat tussen haakjes staat
	2 ^e Machtsverheffen ↔ Worteltrekken
	3 ^e Vermenigvuldigen ↔ Delen
	4 ^e Optellen ↔ Aftrekken

Toelichting:

- ☞ Je voert éérst bewerkingen uit van de 1^e prioriteit, daarna van de 2^e, dan van de 3^e en tenslotte van de 4^e.
- ☞ Als je meer dan een bewerking van dezelfde prioriteit (*gelijkwaardige bewerkingen*) hebt, dan wordt de berekening '*van links naar rechts*' uitgevoerd.
- ☞ De meeste rekenmachines rekenen ook volgens de bovengenoemde prioriteitenregel.

Voorbeeld 1.1

$$\begin{aligned}2 + 3 \times 5 &= \\2 + 15 &= \\17\end{aligned}$$

3^e vermenigvuldigen
4^e optellen

Voorbeeld 1.2

$$\begin{aligned}(7 - 3)^2 + 5 \times 4 - 6 &= \\4^2 + 5 \times 4 - 6 &= \\16 + 5 \times 4 - 6 &= \\16 + 20 - 6 &= \\30\end{aligned}$$

1^e haakjes
2^e machtsverheffen
3^e vermenigvuldigen
4^e optellen en aftrekken

Voorbeeld 1.3

$$8 : 2 \times 5 =$$

$$4 \times 5 =$$

$$20$$

zelfde prioriteit (3^e) van links naar rechts

Opdracht 1.1 Bepaal het antwoord van de volgende berekeningen, gebruik géén rekenmachine en voer telkens maar één stap uit. Geef bij elke stap aan welke prioriteit de bewerking heeft.

a. $14 - 5 + 6 =$

b. $28 - 5 \times 3 =$

c. $5 + 2^3 \times 4 =$

d. $16 : 8 : 2 =$

e. $7 \times 3^2 - 15 : (4 + 1) =$

f. $5 - 2 + 9 - 7 =$

g. $-9 - 2 =$



De bewerking delen ($:$) wordt ook vaak aangegeven met behulp van een *grote horizontale breukstreep*. Hierbij bepaal je éérst het resultaat van de teller en van de noemer, waarna je pas de deling uitvoert.

Voorbeeld 1.3

$$\frac{2 + 3 \times 4}{3^2 - 2} = \frac{2 + 12}{9 - 2} = \frac{14}{7} = 2$$

Ga na dat de bovenstaande opdracht identiek is aan: $(2 + 3 \times 4) : (3^2 - 2)$. Wat is het verschil tussen deze berekening en de volgende: $2 + 3 \times 4 : 3^2 - 2$?

Opdracht 1.2 Bepaal het antwoord van de volgende berekeningen, gebruik géén rekenmachine en voer telkens maar één stap uit. Geef bij elke stap aan welke prioriteit de bewerking heeft.

a. $\frac{4 + 3^2 \times 5}{4 \times 3 - 5} =$

b. $\frac{11 \times 5 - 6 : 2 \times 8 - 1}{\sqrt{81} - 5 - \sqrt{4} + 4} =$

We gebruiken haakjes als we van de verplichte volgorde van de prioriteitenregel willen afwijken. Let op het verschil tussen de opdrachten in voorbeeld 1.4.

Voorbeeld 1.4

1. $16 : 2 \times 4 = 8 \times 4 = 32$
 $16 : (2 \times 4) = 16 : 8 = 2$

2. $8 - 2 + 5 = 6 + 5 = 11$
 $8 - (2 + 5) = 8 - 7 = 1$

3. $(3^2)^3 = 9^3 = 729$
 $3^{(2^3)} = 3^8 = 6561$

$$4. \quad -3^2 = -3 \times 3 = -9$$

$$(-3)^2 = -3 \times -3 = 9$$



Als je meer paren haakjes hebt, dan werk je deze haakjes *van binnen uit* weg.



Als je te veel ronde haakjes ‘()’ krijgt, dan kun je ook wel gebruik maken van *accolades* ‘{ }’ of van *rechte haken* ‘[]’.

Voorbeeld 1.5

$$1. \quad (3 \times (4 + 5) - 2 \times (8 - 3))^2 =$$

$$(3 \times 9 - 2 \times 5)^2 =$$

$$(27 - 10)^2 =$$

$$17^2 =$$

$$289$$

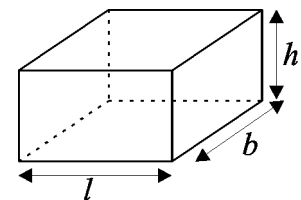
$$2. \quad \text{In plaats van de hierbovenstaande opdracht mag je ook schrijven:}$$

$$\{3 \times (4 + 5) - 2 \times (8 - 3)\}^2 =$$

Opdracht 1.3 Bepaal het antwoord van de volgende berekeningen, gebruik géén rekenmachine en voer telkens maar één stap uit. Geef bij elke stap aan welke prioriteit de bewerking heeft.

- $12 : (6 \times 2) =$
- $(3 + 4 : 2 \times 5)^2 =$
- $3 \times ((2 + 3) \times 4 - 3 \times (5 - 2))^2 =$
- $-4 \times -(-2)^2 + 3 \times -3^2 =$

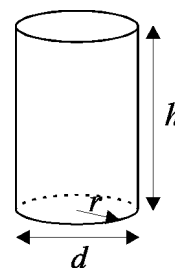
Opdracht 1.4 Het totale oppervlak A van een balk kun je berekenen met behulp van de formule $A = 2 \times (l \times b + b \times h + l \times h)$. Hierbij is l de lengte, b de breedte en h de hoogte van de balk. Bereken het oppervlak van een balk met de volgende afmetingen: $l = 5$ cm, $b = 4$ cm en $h = 3$ cm.



In de wiskunde is het gebruikelijk om $\times$ tekens voor ronde haakjes, accolades en rechte haken én tussen letters én tussen één getal en letters weg te laten of te vervangen door een maalpunt ‘ $\cdot$ ’. Zo kan de formule uit opdracht 1.4 ook als volgt worden geschreven:
 $A = 2 \cdot (l \cdot b + b \cdot h + l \cdot h)$ of als: $A = 2(lb + bh + lh)$.

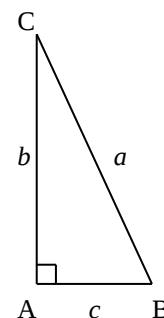
Opdracht 1.5 Het totale oppervlak A van een cilinder, waarbij we het boven- en ondervlak meerekenen kun je berekenen met behulp van de formule: $A = 2\pi r(h + r)$. In deze formule is r de straal en h de hoogte van de cilinder.

- Herschrijf de bovenstaande formule door er weer de weggelaten “ $\times$ ” tekens in te plaatsen.
- Bereken met behulp van de rekenmachine het oppervlak A als gegeven is: $r = 4$ cm en $h = 5$ cm.



Opdracht 1.6 Als b en c de rechthoekszijden van de rechthoekige driehoek ABC zijn, dan kun je met ‘de stelling van Pythagoras’ de schuine zijde a berekenen volgens de formule: $a = \sqrt{b^2 + c^2}$. Bereken zonder rekenmachine de schuine zijde a als gegeven is $b = 4$ cm en $c = 3$ cm.

Let op: $\sqrt{b^2 + c^2}$ is een verkorte schrijfwijze voor: $\sqrt{(b^2 + c^2)}$.



Als je met negatieve getallen werkt, dan komt het voor dat je twee ‘bewerkingstekens’ achter elkaar krijgt. Een voorbeeld hiervan is de berekening: $35 + -8$.

Het ‘minteken’ voor de 8 is echter niet de bewerking aftrekken, maar er staat het getal **negatief** 8. We noemen dit ‘minteken’ het *negatieteken*. In de praktijk wordt negatief 8 toch uitgesproken als ‘min 8’. Met behulp van de hieronder staande regel kun je twee ‘bewerkingstekens’ vervangen door één echt bewerkingsteken.

‘dubbel teken’	wordt bewerking:
$++$	$+$
$+-$	$-$
$-+$	$-$
$--$	$+$

Zo wordt: $35 + -8 = 35 - 8 = 27$,

En wordt: $5 - +2 = 5 - 2 = 3$.

Opmerkingen:

- Combinaties zoals: $2 + \times 3$ of $6 - : 3$ zijn betekeningloos en dientengevolge onzinnige opdrachten.
- Het volgende heeft wel een betekenis: $2 \times +3 = 2 \times (+3) = 2 \times 3 = 6$ en ook: $6 : -3 = 6 : (-3) = -2$. We komen hierop terug in hoofdstuk 3.

Opdracht 1.7 Bereken de volgende opdrachten zonder de rekenmachine:

- $28 - +8 =$
- $17 - -5 =$
- $53 + -4 =$
- $18 + +2 =$

Veel voorkomende benamingen bij optellingen en vermenigvuldigingen zijn de begrippen: term, factor, som en product.



De getallen welke worden gescheiden door een $+$ teken heten *termen*. De uitkomst van een optelling heet een *som*.



De getallen welke worden gescheiden door een $\times$ teken heten *factoren*. De uitkomst van een vermenigvuldiging heet een *product*.

Voorbeeld 1.6

In de berekening: $3 + 5 =$ heten de getallen 3 en 5 termen.

In de berekening: $4 \times 6 =$ heten de getallen 4 en 6 factoren.

In de berekening: $2 + 7 \times 9 =$ heten het getal 2 en de *groep* 7×9 termen, terwijl de getallen 7 en 9 zelf weer factoren zijn.

In de berekening: $(3 + 6) \times 2 =$ heten de *groep* $(3 + 6)$ en het getal 2 factoren, terwijl de getallen 3 en 6 zelf weer termen zijn.

Wetenschappelijke notatie

In de chemie, biologie en de natuurkunde werk heel vaak met erg grote of met erg kleine getallen. Hiervan geven we een paar voorbeelden.

Voorbeeld 1.7

1. 1 mol zout is ongeveer gelijk aan: 602.214.000.000.000.000.000.000 moleculen zout.
2. 1 proton heeft een rustmassa van 0,000.000.000.000.000.000.000.000.001.672.62 kg.
3. De massa van onze aarde is: 5.976.000.000.000.000.000.000.000 kg.
4. De gemiddelde afstand van onze aarde tot de zon is: 149.600.000.000 m.

De gebruikelijke notatie voor dit soort getallen is onhandig en onleesbaar. Om met deze getallen gemakkelijk te werken heeft men *de wetenschappelijke notatie* bedacht.



Bij het omzetten van een “gewoon getal” naar een getal in de wetenschappelijke notatie plaats je *de komma achter het éérste cijfer ongelijk aan nul*. Hierdoor wijzig je de getalwaarde, maar dit corrigeer je door het getal weer te vermenigvuldigen met de juiste macht van 10.

Voorbeeld 1.8

1. 523 wordt in de wetenschappelijke notatie: $523 = 5,23 \times 100 = 5,23 \cdot 10^2$
2. 0,00674 wordt in de wetenschappelijke notatie: $0,00674 = 6,74 \times 0,001 = 6,74 \cdot 10^{-3}$
3. 8 wordt in de wetenschappelijke notatie: $8 = 8 \times 1 = 8 \cdot 10^0$

Toelichting:

1. In plaats van het “ $\times$ ” teken voor vermenigvuldigen gebruiken we in wetenschappelijke notatie meestal de maalkpunt “ $\cdot$ ”.
2. Een aantal machten van 10 zetten we in de volgende tabel. Let met name op het gebruik van de negatieve exponenten.

1000	=	10^3
100	=	10^2
10	=	10^1
1	=	10^0
0,1	=	10^{-1}
0,01	=	10^{-2}
0,001	=	10^{-3}

Voorbeeld 1.9

Als je de getallen uit voorbeeld 1.7 omschrijft naar wetenschappelijke notatie dan krijg je:

1. 1 mol zout is ongeveer gelijk aan: $6,02214 \cdot 10^{23}$ moleculen zout.
2. 1 proton heeft een rustmassa van $1,67262 \cdot 10^{-27}$ kg.
3. De massa van onze aarde is: $5,976 \cdot 10^{24}$ kg.
4. De gemiddelde afstand van onze aarde tot de zon is: $1,496 \cdot 10^{11}$ m.

Opdracht 1.8 Schrijf de volgende getallen om in de wetenschappelijke notatie:

- a. 8231 =
- b. 0,0289 =
- c. 10 =
- d. 0,5 =
- e. 89000 =
- f. 0,0000345 =

Opdracht 1.9 Schrijf de volgende getallen zonder wetenschappelijke notatie:

- a. $3,2 \cdot 10^3 =$
- b. $8,1 \cdot 10^0 =$
- c. $3,26 \cdot 10^{-4} =$
- d. $7,95 \cdot 10^1 =$

Opdracht 1.10 Schrijf de volgende getallen om in de wetenschappelijke notatie:

- a. $291 \cdot 10^5$
- b. $0,062 \cdot 10^8$
- c. $7202 \cdot 10^{-3}$
- d. $0,00325 \cdot 10^{-2}$

Voorbeeld 1.10

Hier volgen twee voorbeelden van het rekenen met getallen, welke in wetenschappelijke notatie zijn geschreven. Ook het antwoord wordt weer in wetenschappelijke notatie gezet:

Regel 1.1 $10^n \times 10^m = 10^{n+m}$
--

$$2 \cdot 10^6 \times 8 \cdot 10^3 = (2 \times 8) \times (10^6 \cdot 10^3) = 16 \cdot 10^9 = 1,6 \cdot 10^{10}$$

Regel 1.2 $\frac{10^n}{10^m} = 10^{n-m}$

$$2 \cdot 10^6 : 8 \cdot 10^3 = (2 \cdot 10^6) : (8 \cdot 10^3) = \frac{2 \cdot 10^6}{8 \cdot 10^3} = \frac{2}{8} \cdot \frac{10^6}{10^3} = 0,25 \cdot 10^3 = 2,5 \cdot 10^2$$

Opdracht 1.11 Bereken en geef het antwoord in de wetenschappelijke notatie:

- a. $32000 \times 8000 =$
- b. $7 \cdot 10^3 \times 2 \cdot 10^8 =$
- c. $2 \cdot 10^5 : 4 \cdot 10^3 =$
- d. $3 \cdot 10^2 : 5 \cdot 10^4 =$